

## Szczegółowe wymagania edukacyjne na poszczególne oceny z matematyki -poziom rozszerzony kl.3HS, rok szk.2023/2024

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, powinny więc być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K), wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopelniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiono podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	– wymagania na poziomie (K);
ocena dostateczna	– wymagania na poziomach (K) i (P);
ocena dobra	– wymagania na poziomach (K), (P) i (R);
ocena bardzo dobra	– wymagania na poziomach (K), (P), (R) i (D);
ocena celująca	– wymagania na poziomach (K), (P), (R), (D) i (W).

### 1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
● zaznacza kąt w układzie współrzędnych
● określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $90^\circ$ , $120^\circ$ , $135^\circ$ , $150^\circ$
● określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
● wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
● zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$ , $k \in \mathbb{Z}$
● zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
● odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
● szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
● szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
● szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi $OX$
● szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y =  f(x) $ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
● uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
● oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
● wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
● stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
● zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$ , gdzie $k \in \mathbb{Z}$

● stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
● rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
● posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $-90^\circ$ , $315^\circ$ , $1080^\circ$
● stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
● wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
● szkicuje wykres funkcji okresowej
● stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
● stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
● szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f( x )$ , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
● na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
● stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
● oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
● udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
● stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
● stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
● rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności
● rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia

## 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
● stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
● wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
● stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
● oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
● stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
● podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu

● podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
● wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
● podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
● opisuje koło w układzie współrzędnych
● sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
● rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
● wykonuje działania na wektorach
● sprawdza, czy wektory są równoległe
● stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
● stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
● wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
● rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
● wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
● stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
● sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
● wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
● stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
● określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
● wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
● stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
● podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
● opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
● stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
● stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
● rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

### 3. CIĄGI

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
● szkicuje wykres ciągu
● wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
● wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach

● podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
● uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
● wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
● bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
● wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
● podaje przykłady ciągów arytmetycznych
● wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
● określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
● wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
● podaje przykłady ciągów geometrycznych
● wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
● wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
● określa monotoniczność ciągu geometrycznego
● sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
● oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
● wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
● stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
● oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
● oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
● ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
● ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
● podaje granice ciągów $a_n = q^n$ , gdy $q \in (-1; 1)$ , $a_n = \frac{1}{n^k}$ , gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$ , gdy $a > 0$
● rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
● stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
● oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
● sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
● oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
● bada monotoniczność ciągów
● rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
● rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach

● stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
● uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
● stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę $n$ początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
● rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
● oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
● stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
● uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
● oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
● wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
● stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
● rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
● zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
● rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
● wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
● uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

#### 4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

##### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
● oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
● oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
● sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ – w prostych przypadkach
● wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
● wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
● stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
● stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
● korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności

wielomianów
● podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
● wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
● uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
● wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
● podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
● szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
● uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
● oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
● stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
● oblicza granice funkcji w nieskończoności
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
● bada ciągłość funkcji
● wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
● stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
● stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
● wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
● wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
● wyznacza pochodną funkcji złożonej
● stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
● wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
● wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
● wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
● rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
● wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne
● bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● wyprowadza wzory na pochodne funkcji
● wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
● <b>wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji</b>
● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

## 5. STATYSTYKA

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
● odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
● oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
● oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
● odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
● wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
● oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
● oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
● rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--

Opracowała: mgr Teresa Słowińska