

Szczegółowe wymagania edukacyjne na poszczególne oceny z matematyki – poziom rozszerzony dla klasy 4HS, rok szk.2023/2024

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, powinny być zatem opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Powtórka i uzupełnienie z klasy 3:

RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
● oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
● oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
● wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
● sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w prostych przypadkach
● wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
● wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
● stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
● wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
● stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
● korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
● podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
● wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia

ekstremum
● uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
● wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
● podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
● szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

● uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
● uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
● oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
● stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
● oblicza granice funkcji w nieskończoności
● wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
● bada ciągłość funkcji
● wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
● stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
● oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
● stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
● stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
● wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
● wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
● wyznacza pochodną funkcji złożonej
● stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
● wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
● wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
● wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
● uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
● rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
● wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
● rozwiązuje zadania optymalizacyjne
● bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

● wyprowadza wzory na pochodne funkcji
● wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
● wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
● rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
• odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
• odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--

Materiał z klasy 4:

1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
• wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
• oblicza wartość symbolu Newtona
• oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach
• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności
• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
• wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach

• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach
• sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
• oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w prostych przypadkach
• podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności trójkąta Pascala
• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w złożonych sytuacjach
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej k sukcesów w n próbach
• podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa
--

<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia wzór Bayesa
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń

2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
<ul style="list-style-type: none"> • określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa
<ul style="list-style-type: none"> • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • na rysunku prostopadłościanu (sześciangu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| <ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach |

3. BRYŁY OBROTOWE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) |
| <ul style="list-style-type: none"> zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli |
| <ul style="list-style-type: none"> oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none"> rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli |
| <ul style="list-style-type: none"> rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu |
| <ul style="list-style-type: none"> rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku |
| <ul style="list-style-type: none"> rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany |
| <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań |
| <ul style="list-style-type: none"> opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne) |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| <ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych |
| <ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego |

4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb całkowitych |
| <ul style="list-style-type: none"> przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy |
| <ul style="list-style-type: none"> przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych |
| <ul style="list-style-type: none"> przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną |

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje metodę równoważnego przekształcenia tezy – w trudnych sytuacjach |
| <ul style="list-style-type: none">• przeprowadza trudne dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych) |
|--|

5. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w wymaganiach edukacyjnych dla klas pierwszej, drugiej i trzeciej.

Opracowała: mgr Teresa Słowińska